Universidad Simón Bolıvar.
Departamento de Matemáticas puras y aplicadas. MA1111
Profesora. Iris López
Primer Parcial. Sept-Dic 2007. Sección 32.

Nombre:

Carnet:

1. Resolver la siguiente inecuación.

$$|5 - x| + |2x - 1| \leq 4$$

   Bosqueje y exprese el conjunto solución, en notación de intervalo. (7 pts)

2. Graficar y hallar la ecuación de la recta L, que pasa por los puntos $(-1, 2)$ y $(1, 0)$. Calcular el ángulo que forma esta recta con el eje x. Finalmente, hallar la ecuación de la recta ortogonal a L que pasa por $(0, 3)$. (6 pts)

3. Sea la función $f(x) = -4\sqrt{x-2}$. Determine: su domino, su rango, $f(0)$, $f(18)$, diga donde es creciente y haga un bosquejo de su gráfica. (6 pts)

4. Dadas las funciones

$$f(x) = \frac{1-x}{3x+2}, \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad \text{y} \quad h(x) = x^2,$$

   Calcular : $f(g(x))$, $g(f(x))$ y $f(g(h(x))$. (6 pts)

Observaciones:

. Trabaje de forma limpia y ordenada. Identifique claramente su examen.

. Se evaluarán resultados con sus razonamientos, por lo tanto justifique de forma completa todas sus respuestas. ¡Suerte!

Respuestas:
Respuesta 1: De la definiciones,

$$|5-x| = \begin{cases} 5-x, & \text{si } x \leq 5 \\ x-5 & \text{tsi } x > 5 \end{cases} \quad \text{y} \quad |2x-1| = \begin{cases} 2x-1, & \text{si } x \geq 1/2 \\ -2x+1 & \text{si } x < 1/2 \end{cases}$$

Consideramos tres casos. La solución final al porblemas será la unión de todos los casos.
Caso a): Si $x \in (-\infty, 1/2)$, nos queda

$$\begin{aligned} -x+5-2x+1 &\leq 4 \\ -3x &\leq -2 \\ x &\geq 2/3 \end{aligned}$$

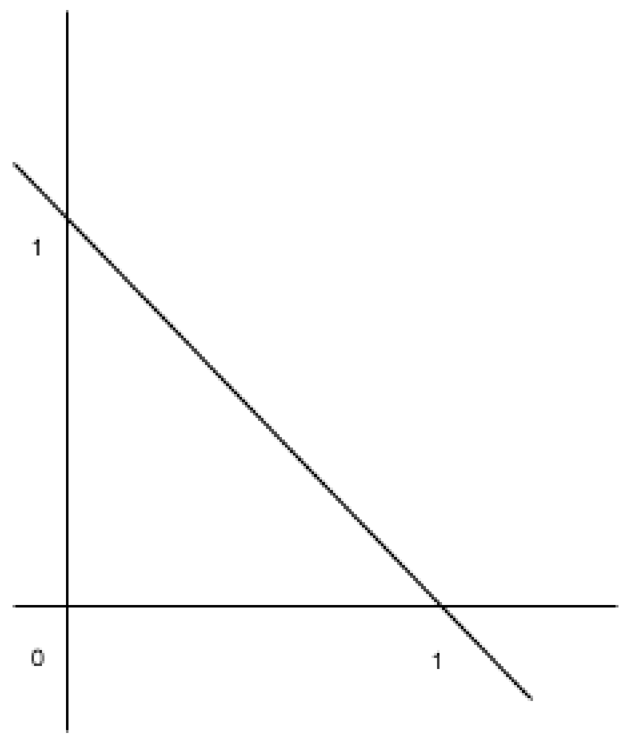
por lo tanto la solución al caso a) será $x \in (-\infty, 1/2) \cap (2/3, \infty) = \emptyset$.
Caso b): Si $x \in [1/2, 5]$, nos queda

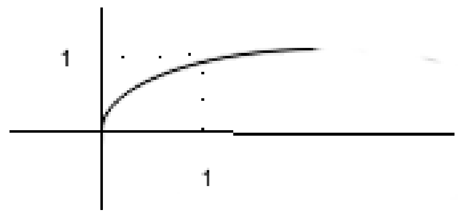
$$\begin{aligned} -x+5+2x-1 &\leq 4 \\ x+4 &\leq 4 \\ x &\leq 0 \end{aligned}$$

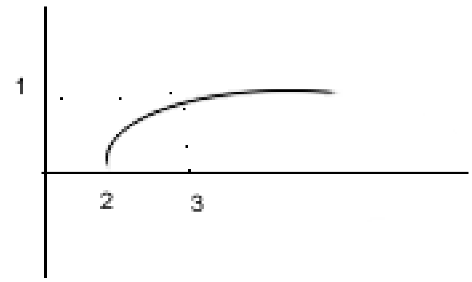
por lo tanto la solución al caso b) será $x \in (-\infty, 0) \cap [1/2, 5] = \emptyset$.
Caso c): Si $x \in (5, \infty)$, nos queda

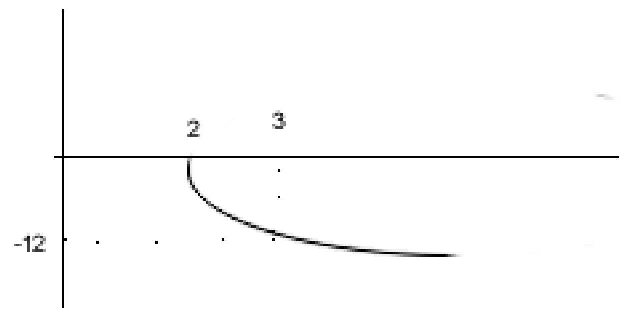
$$\begin{aligned} x-5+2x-1 &\leq 4 \\ -3x &\leq 10 \\ x &\leq 10/3 \end{aligned}$$

por lo tanto la solución al caso a) será $x \in (-\infty, 10/3) \cap (5, \infty) = \emptyset$.
Solución final al problema: $\emptyset$.
Respuesta 2: La pendiente de la recta que pasa por los puntos $(-1, 2)$ y $(0, 0)$ es $m = \frac{2-0}{-1-1} = -1$ y usando la fórmula punto pendiente, $y = -(x-1)$ luego la ecuación de L es $y = -x+1$. El ángulo que forma L con el eje x es $\theta = arctg(-1)$. La recta ortogonal a L que pasa por $(0, 3)$ viene dada por $y - 3 = x$ así $y = x + 3$.


1
0
1







Pregunta 3: Los gráficos anteriores corresponden a $\sqrt{x}$, $\sqrt{x-2}$ y $-4\sqrt{x-2}$
$Dominio f = [2, \infty)$, $Rango f = (-\infty, 0]$
$f(0)$ no existe, $f(18) = -4\sqrt{16} = -16$. f nunca es creciente.
Respuesta 4: De las definiciones de f, g y h tenemos que al simplificar

$$f(g(x)) = \frac{1 - \frac{1}{x}}{\frac{3}{x} + 2} = \frac{x-1}{3+2x}$$

$$g(f(x)) = \frac{1}{\frac{1-x}{3x+2}} = \frac{3+2x}{1-x}$$

$$f(g(h(x))) = \frac{1 - \frac{1}{x_2}}{\frac{3}{x^2} + 2} = \frac{x^2 - 1}{3 + 2x_2}$$